

FOTOMETRIJSKE VELIČINE I JEDINICE

PRIMJENA U ASTRONOMIJI

Priradio: prof. dr. sc. Vladis Vujnović

UVOD

Fotometrijske veličine kvantitativno opisuju svjetlost kao zračenu energiju koju percipira oko – senzor s valno-selektivnom osjetljivošću. Fizički bitna veličina je svjetlosni tok, a geometrija u kojoj se taj tok realizira, uvjetuje različitu osobitost izvedene fotometrijske veličine.

Geometrijske veličine su površine i prostorni kutovi. Da bi se uveli pojmovi i definirale fotometrijske veličine, stoga ćemo najprije ustanoviti kako se određuje prostorni kut. Početi treba od jednostavnijeg pojma, ravninskog kuta.

RADIJAN – jedinica za kut u ravnini (promatranje iz centra kružnice)

Opseg kružnice: $2\pi r$

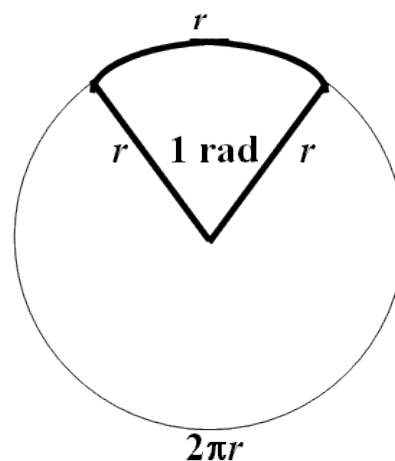
Puni $\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ kut radijana

Bilo koji kut izražen radijanima:

$$\alpha = \frac{\text{kružni luk}}{r} \quad \text{radijana} = \frac{l}{r} \text{ rad}$$

Kut u ravnini mjeren kružnim lukom izraženim polumjerom.

1 rad je kut u centru kružnice čiji krakovi isijecaju kružni luk veličine polumjera kružnice



STERADIJAN – jedinica za prostorni kut (promatranje iz centra kugle)

Kut u prostoru, mjeren površinom kugle izraženom pomoću kvadrata polumjera

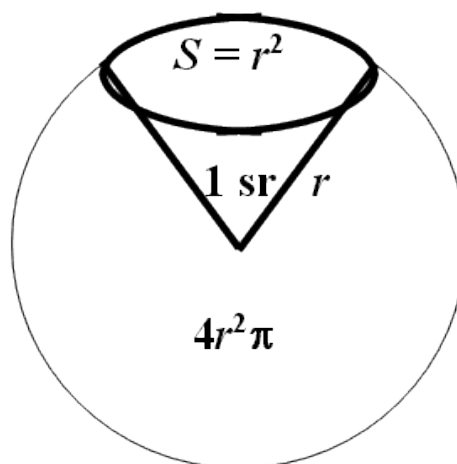
Puni kut $\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$

steradiana

Bilo koji kut:

$$\Omega = \frac{\text{površina}}{r^2} = \frac{S}{r^2} \text{ sr}$$

1 sr je prostorni kut koji ima ishodište u centru kugle a koji na kuglinoj plohi isijeca površinu jednaku kvadratu kuglina polumjera.



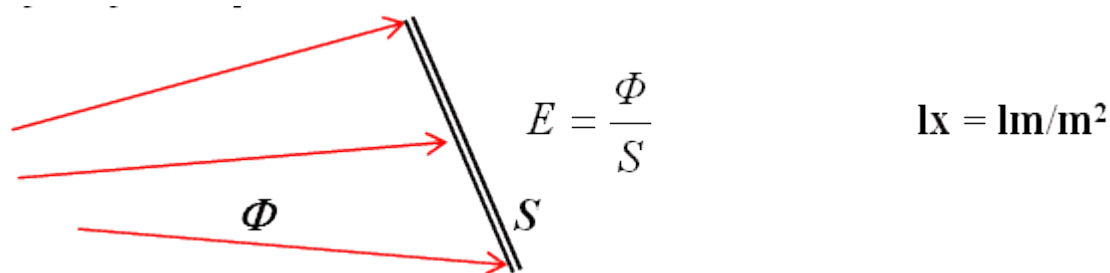
U ovom tekstu nastojat ćemo uz pomoć osnovnih fotometrijskih spoznaja odgovoriti na neka zanimljiva astronomska pitanja:

- Zašto se koriste veliki teleskopi?
- Koliki očni osjet, izražen u lumenima, izazove jedan vat snage zračenja zvijezde?
- Mogu li se po danu vidjeti zvijezde?
- Zašto je puni Mjesec posvuda jednakog sjaja pa se pričinja ravnom pločom?
- Koliko kvadratnih stupnjeva ima nebeski svod? Koliko jedan kvadratni stupanj neba zrači izraženo u zvjezdanim veličinama?
- Kako se svjetlost svemirskih tijela uspoređuje s umjetnim izvorima svjetlosti?

FOTOMETRIJSKE VELIČINE

Osvjetljenost (iluminancija) E je gustoća svjetlosti,

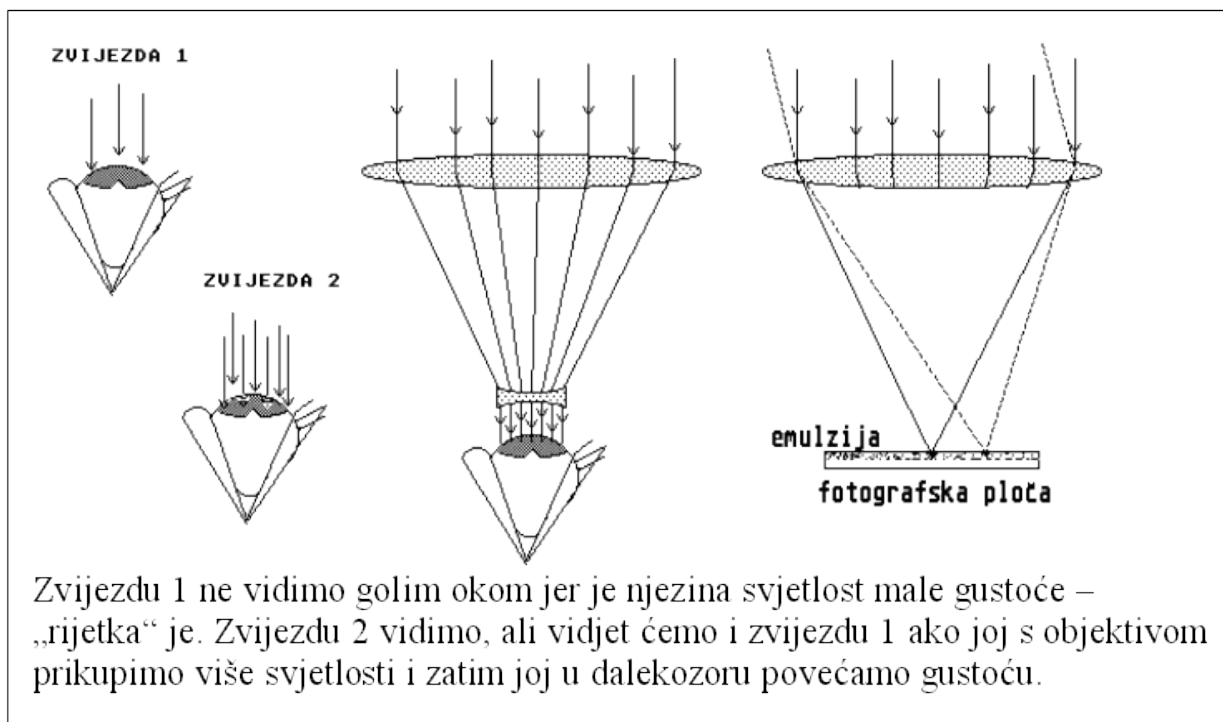
omjer toka i površine kroz koju svjetlost prolazi:



S je prijemna površina.

Koja je u astronomiji uloga osvjetljenosti?

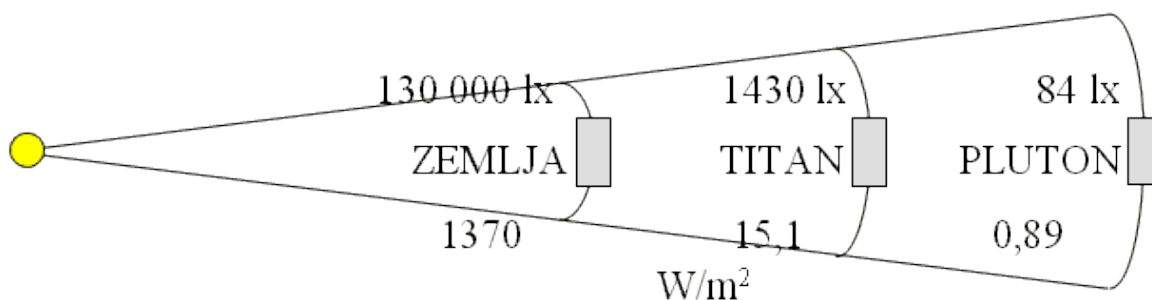
Leća ili zrcalo teleskopa, jesu kolektori koji skupljaju svjetlost s veće površine i fokusirajući je na manju površinu, povećavaju gustoću svjetlosti, pa oko bolje zapazi zvijezdu ili zapazi onu koju bez dalekozora ne bi moglo. Tada kažemo da je zvijezda “sjajnija”. S gustoćom svjetlosti raste primana snaga koja dovodi do osjeta oka ili bilo kojeg drugog senzora.



Druga važna osobina osvijetljenosti: osvijetljenost od točkastog izvora opada s kvadratom udaljenosti. Matematički:

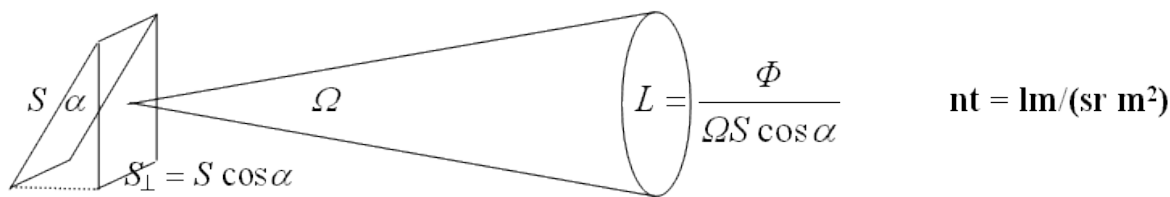
$$E \propto \frac{1}{r^2}$$

Primjer osvijetljenosti daje Sunčeva svjetlost na različitoj udaljenosti:



Obične video-kamere snimaju objekte osvijetljene do razine oko jednog luksa. Na slici su ujedno dane i vrijednosti solarne konstante za tijela planetskog sustava (primjer: Zemlja od Sunca dobiva 1370 W/m²); to je energijska veličina, ozračenost.

Luminancija (sjaj) L je najsloženija veličina, označava omjer svjetlosne snage, prostornog kuta i na smjer zračenja okomito postavljene površine:



$$\Phi = L \cdot \Omega \cdot S \cdot \cos \alpha = L \cdot \Omega \cdot S_{\perp}$$

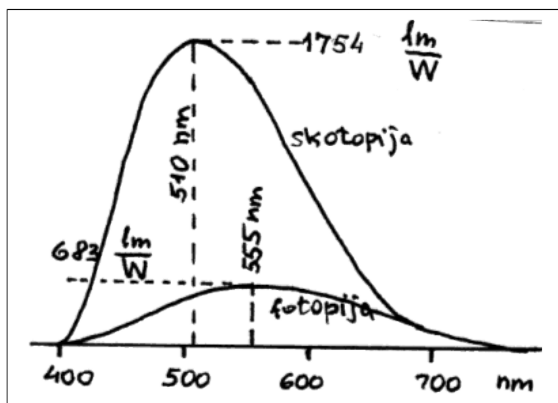
S je površina izvora.

ODNOS FOTOMETRIJSKIH I RADIOMETRIJSKIH VELIČINA

FOTOMETRIJA			RADIOMETRIJA		
tok, snaga svjetlosti	lumen	lm	→	tok, snaga zračenja	W
jakost svjetlosti	kandela	$cd = \frac{lm}{sr}$	→	jakost zračenja	$\frac{W}{sr}$
osvijetljenost, iluminancija	lux	$lx = \frac{lm}{m^2}$	→	ozračenost/iradijancija	$\frac{W}{m^2}$
sjaj, luminancija	nit	$nt = \frac{lm}{sr \cdot m^2}$	→	radijancija	$\frac{W}{sr \cdot m^2}$

UPUTA: radijan i steradian su bezdimenzionalne jedinice, te stoga može doći do konfuzije kada se nastoji dosljedno provesti dimenzionalna analiza (primjerice, pogrešno bi bilo izjednačiti lumen i kandelu).

Radiometrijske veličine opisuju snagu zračenja (energiju elektromagnetskog zračenja koja u jedinici vremena prolazi nekom površinom ili prostornim kutom). Odnos radiometrijskih (energijskih) i svjetlosnih veličina dan je valno-selektivnom osjetljivšću oka i spektralnim sastavom izvora svjetlosti.



Ustanovljen je **fotometrijski ekvivalent zračenja** posebno za **dnevnu (fotopijsku)** osjetljivost oka koja ima maksimum na valnoj duljini od 555 nm. Na toj valnoj duljini 1W snage daje 683 lm (fotopijski lumen). Fotopijska osjetljivost karakteristična je za oko pri osvjetljenosti većoj od 3 lx. Ekvivalent ovisi o valnoj duljini: na onoj valnoj duljini na kojoj je osjetljivost oka dva puta manja, i ekvivalent je dva puta manji, tj. 1 W snage zračenja daje osvjetljenost od $683:2 = 341,5$ lm.

Noćna osjetljivost oka (skotopijska) mnogo je veća od dnevne, a ima maksimum na valnoj duljini od 507 do 510 nm. Skotopijski ekvivalent zračenja jednak je prema jednom izvoru 1754 lm/W, prema drugima od 1700 do 1720 lm/W. Ova se osjetljivost realizira za razine osvjetljenosti manje od 0,01 lx.

Najslabije je izučeno **mezopijsko** područje osvjetljenosti, tj. ono između 0,01 lx i 3 lx.

Zapazimo: **Na svakoj drugoj valnoj duljini od one gdje je osjetljivost maksimalna, fotometrijski ekvivalent je toliko puta manji, koliko je osjetljivost oka manja od maksimalne.**

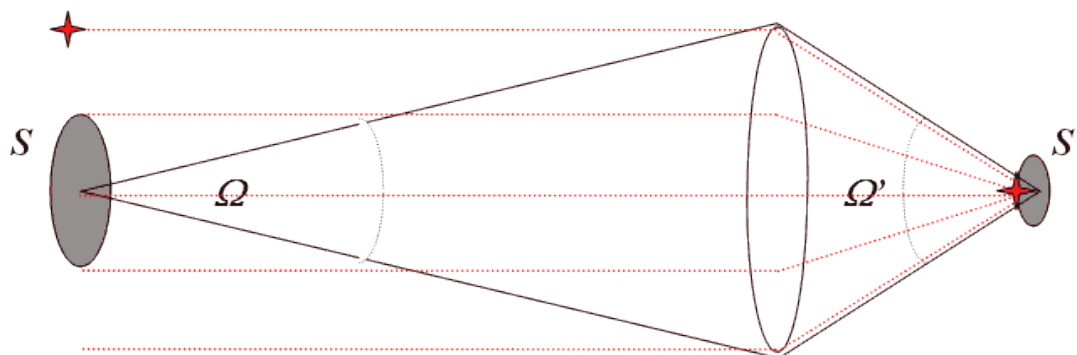
Kako svjetlosni lumeni ovise o zbroju vata koje zrači neka zvijezda?

Sunce i ostale zvijezde zrače u mnogo širem spektru od onoga na koji je oko osjetljivo, tj. i niže od 400 nm, i više od 700 nm. Dakle, njihova se snaga zračenja jednostavno izgubi bez oćnog osjeta. Sunce dapaće zrači više u infracrvenom nego u vidljivom. Koliko će njegovo zraćenje snage 1 W izazvati lumena?

Ono Sunćevo zraćenje koje se nalazi na valnoj duljini od 555 nm izazvat će 683 lumena po vatu, ali bit će mnogo energije u njegovu zraćenju koje neće ništa izazvati. Ono zvijezdino zraćenje koje se nalazi na valnoj duljini od 510 nm izazvat će 1720 lumena po vatu. Ukupan osjet ovisi o spektralnom razredu zvijezde. Obzirom na ćitav spektar kao cjelinu, omjer će biti mnogo nepovoljniji za oko. Može se, iako približno, uzeti da **1 W snage ukupnog zraćenja zvijezde – kao što je Sunce – odgovara svjetlosnoj snazi od oko 100 lm ili ćak manje.**

MOGU LI SE DANJU DALEKOZOROM VIDJETI ZVIJEZDE

Mogu, i to zato što se sjaj neba dalekozorom ne pojaćava. Optićki sustav (teleskop, oko) preslikava predmet. Slika je toliko puta manja od predmeta, koliko je udaljenost slike od leće manja od udaljenosti predmeta (iz srednjoškolske optike slijedi: $y'/y = b/a$). Površina slike je na kvadrat puta manja $(b/a)^2$.



Tok svjetlosti se u sustavu ne gubi: $F = L S W = L' S' W'$

Prostorni kut je obrnuto razmjernan kvadratu udaljenosti do leće:

prostorni kut slike W' toliko je puta veći od prostornog kuta predmeta W koliko je površina slike S' manja od površine predmeta S .

$$S W = S' W' .$$

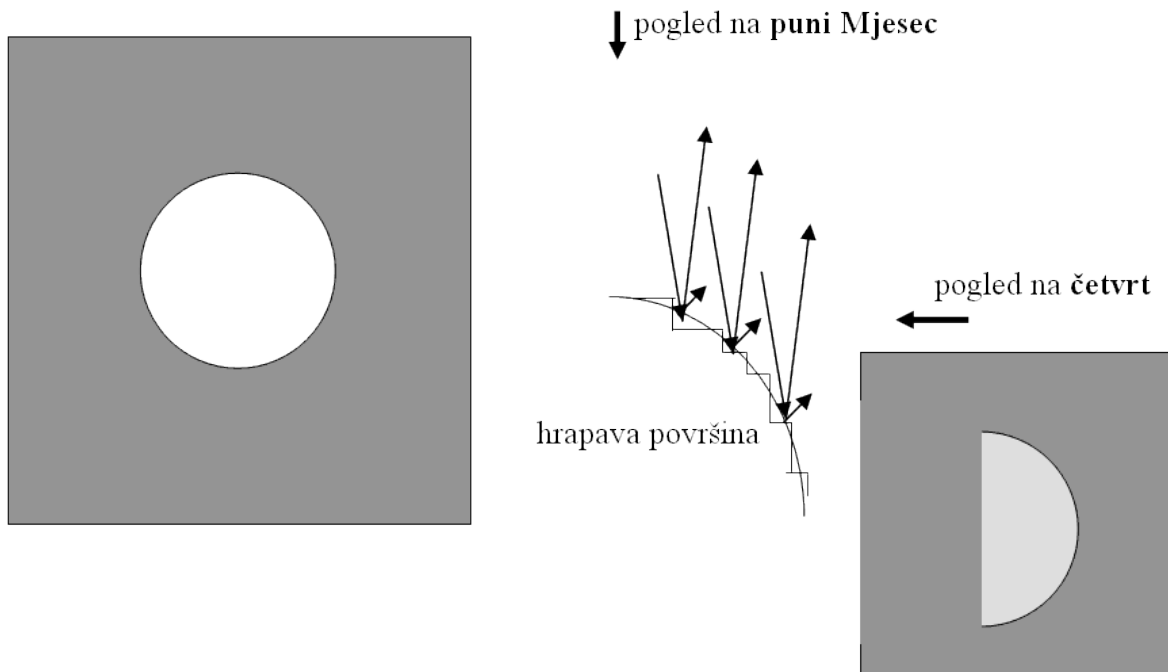
Zato i luminancije (sjajevi) predmeta i slike moraju biti jednaki,

$$L = L' .$$

U svakom optičkom sustavu postoje gubici svjetlosti (raspršena ili apsorbirana svjetlost), pa je stvaran sjaj slike uvijek manji od sjaja predmeta.

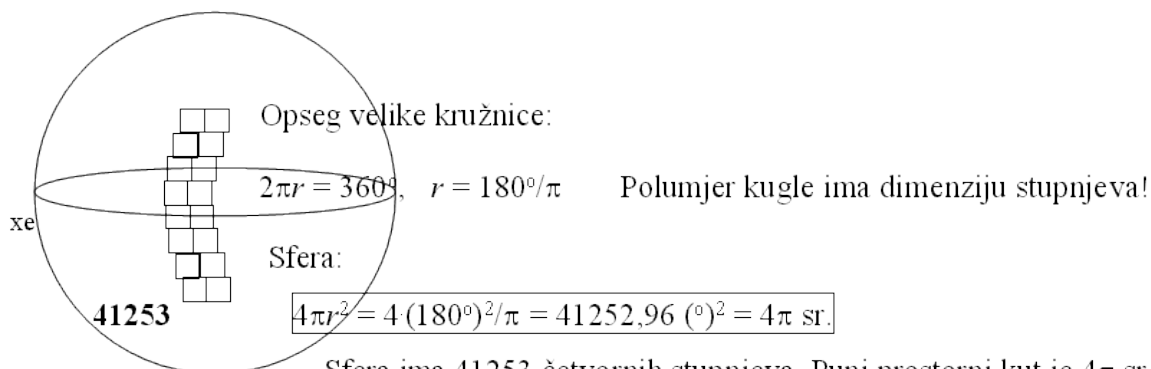
Zvijezda će se u kontrastu prema površini neba vidjeti zato što leća kao kolektor pojača gustoću svjetlosti i ukupnu svjetlosnu snagu koja ulazi u oko – pojava koju smo dokazali pri uvođenju pojma osvjetljenosti.

MJESEC KAO PLOČA



Puni Mjesec odražava svjetlost s cijele bliže strane s jednakim sjajem, zato što zbog strukture površine, svjetlost vraća otkuda je pristigla, a vrlo malo na stranu. Stoga je za Mjesec za četvrti deset puta manjeg sjaja nego kada je pun.

ČETVORNI STUPNJEVI NEBA



Sfera ima 41253 četvornih stupnjeva. Puni prostorni kut je 4π sr.

1 četvorni stupanj = $1 (^\circ)^2 = 3 \cdot 10^{-4}$ sr

$$1 \text{ sr} = \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right)^2 (1^\circ)^2 \dots 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$1 \text{ sr} = 3283 (1^\circ)^2 = 1,1819 \cdot 10^7 \square' = 4,255 \cdot 10^{10} \square''$$

$$(1^\circ)^2 = \square^\circ$$

$$1 \text{ rad} = \sqrt{3283}^\circ = 57,3^\circ \quad 1^\circ = \sqrt{3 \cdot 10^{-4}} \text{ rad} = 0,0173 \text{ rad}$$

Četvorni stupanj smijemo označiti $(^\circ)^2$ ili \square' ; četvorna minuta je $(1')^2$ ili \square'' ; četvorna sekunda je $(1'')^2$ ili \square''' .

Četvorni stupanj je dio površine neba. Svaki dio površine neba zrači. Uzmimo Sunčev slučaj i nađimo kojom prividnom veličinom zrači njegova četvorna minuta.

Znajući vidni prostorni kut, iz prividne veličine cijelog Sunca računa se prividna veličina koju ima dio Sunčeve površine: četvorna minuta, četvorna sekunda.

Ako je E osvijetljenost cijelim Suncem kojemu odgovara magnituda $-26,7$, a E_d je dio osvijetljenosti koji otpada na jednu četvornu minutu, tada vrijedi:

$$E = nE_d, \text{ gdje je } n \text{ broj četvornih minuta Sunčeva vidnog kuta.}$$

Pretpostavili smo da sve Sunčeve četvorne minute ukupnoj osvijetljenosti doprinose jednako. Magnitude (zvjezdane veličine) ovise o omjeru osvijetljenosti:

$$n \frac{E_d}{E} = 1 = n \cdot 2,512^{m-m_d}$$

$$0 = \log n + (m - m_d) 0,4$$

$$m_d = 2,5 \cdot \log n + m$$

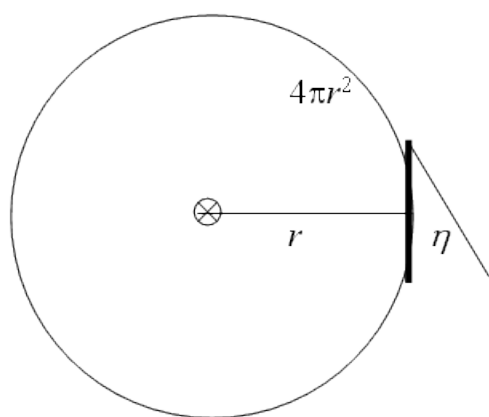
Za Sunce: $m = -26,7$, $n = 8 \cdot 10^2$, broj četvornih minuta u prostornom kutu pod kojim vidimo Sunce. Zato za magnitudu jedne Sunčeve četvorne minute izlazi $m_d = -19,4$.

Slično za četvorne sekunde: $n = 2,88 \cdot 10^6$, $m_d = -10,6$. Svaka Sunčeva četvorna sekunda zrači jače nego ijedan planet. Venera znade dostići magnitudu -4,7.

UMJETNOST TRANSFORMIRANJA

Izračunat ćemo jakost Sunčeve svjetlosti i njegovu luminanciju iz mjerene iluminancije (osvijetljenosti). Da bismo to bili u stanju, moramo uočiti geometrijske odnose fotometrijskih veličina.

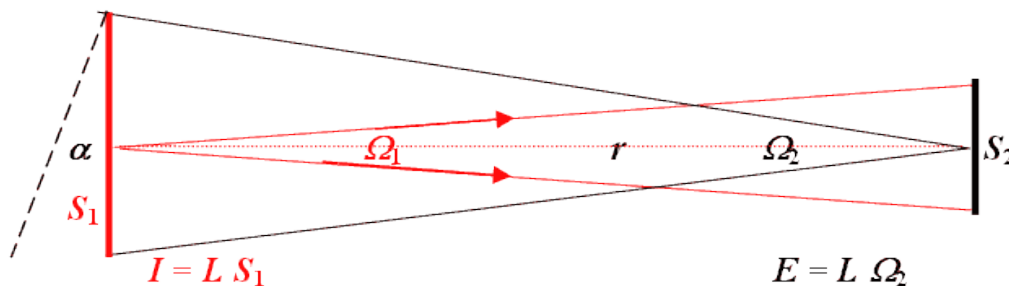
Ako je izvor izotropan, tada je ukupna snaga (tok) zadana s punim prostornim kutom 4π :



$$\begin{aligned} \Phi &= 4\pi I, \\ I &= \Phi / 4\pi. \\ E &= \frac{\Phi}{4\pi r^2} \cos \eta = \frac{I}{r^2} \cos \eta \end{aligned}$$

To je osvijetljenost površine nagnute prema smjeru izvora za kut η .

Uzmimo jednostavnu geometriju, u kojoj su površine izvora i obasjanog predmeta usporedne. Od izvora površine S_1 proteže se prostorni kut W_1 , od predmeta površine S_2 prostorni kut W_2 .



Ponovno pogledajmo osnovne veličinske odnose:

$$F = LS_1 W_1 = IW_1 = ES_2$$

izvor predmet

Budući da se prostorni kut W_1 određuje pomoću površine predmeta, S_2/r^2 , a kut W_2 pomoću površine izvora S_1 , S_1/r^2 , to je umnožak WS izvora i predmeta jednak:

$$W_1 S_1 = W_2 S_2 .$$

$$F = LS_2 W_2 = IW_1 = ES_2$$

Luminancija (sjaj) L i jakost I jesu vlastita svojstva izvora površine S_1 i nemaju ništa fizičkoga sa promatračem i njegovom površinom S_2 . Svjetlosna jakost I je tok u jedinični prostorni kut, luminancija L je tok po jediničnom prostornom kutu i po jedinici normalne površine; ako je površina kosa za kut α , tada je $L = F/W \cos \alpha$. Luminancija se može odrediti samo za površinski izvor.

Mjerena luminancija ne ovisi o udaljenosti promatrača, jer je ona $E = L W_2$, tj. luminancija je osvijetljenost E predmeta (postavljenog okomito) iz jediničnog prostornog kuta $W_2 = 1$. Ako se promatrač udalji, s time da svjetlost i dalje pristiže iz jednakog prostornog kuta, površina izvora uključena unutar prostornog kuta bit će veća (s udaljenosti na kvadrat), dok će osvijetljenost od svake točke izvora opadati (također s udaljenosti na kvadrat) – pa će mjereni sjaj ostati jednak.

Osvijetljenost predmeta ovisi o kutu nagiba h . **Osvijetljenost je pasivno svojstvo predmeta.**

Koja se fotometrijska veličina mjeri? **Polazna mjerna veličina je tok na prijamoj površini detektora, dakle osvijetljenost.** Mjerenjem osvijetljenosti koju daje Sunce određuju se njegova dalja svojstva.

PRIMJER SUNCA. Normalna površina od Sunca prima

$$E = 129\,000 \text{ lx.}$$

Izračunajmo luminanciju Sunčeva kruga, L . Za to je potrebno odrediti prostorni kut pod kojim vidimo Sunce (podaci za to su udaljenost Sunca i njegov promjer):

$$W = 6,8 \cdot 10^{-5} \text{ sr} = 8 \cdot 10^2 \text{ }^\circ = 2,9 \cdot 10^6 \text{ }^\circ'.$$

Izračunali smo luminanciju Sunca:

$$L = E/W = 1,9 \cdot 10^9 \text{ nt.}$$

Iz tog podatka (i uz podatak o površini Sunca, $1,52 \cdot 10^{18} \text{ m}^2$) slijedi jakost Sunčeve svjetlosti:

$$I = L \cdot A = 2,9 \cdot 10^{27} \text{ cd.}$$

Kako je Sunce izotropni izvor, snaga njegove svjetlosti je

$$F = 4\pi I = 3,6 \cdot 10^{28} \text{ lm.}$$

Usporedimo ovaj podatak s poznatom snagom zračenja od $3,84 \cdot 10^{26} \text{ W}$, pa nalazimo fotometrijski ekvivalent usrednjen po spektralnoj raspodjeli Sunčeva zračenja:

$$94 \text{ lm/W.}$$

Osvijetljenost je pasivno svojstvo koje se izravno mjeri. Iz podatka o osvijetljenosti Suncem od 129000 lx (izvan atmosfere), njegove udaljenosti i površine, računaju se ostale veličine: luminancija (sjaj) i svjetlosna jakost Sunca - kao njegova vlastita svojstva.

TABLICE

1) NEBESKA RASVJETA: OSVIJETLJENOST

Izvor	lx	m
Sunce	130 000	-26,7
dnevno nebo	10-25 000	?
puni, visoki Mjesec	0,267	-12,7
sve zvijezde na nebu	$2 \cdot 10^{-4}$	-4,75
Venera	$1,4 \cdot 10^{-4}$	-4,3
zvijezda $m = 0$	$2,5 \cdot 10^{-6}$	0
zvijezda $m = 1$	$1 \cdot 10^{-6}$	1
zvijezda $m = 6$	$1 \cdot 10^{-8}$	6

Kako se preračunavaju osvijetljenost i zvjezdana veličina:

$$\frac{E}{E_0} = 2,512^{0-m} = 10^{-0,4m}, \quad E_0 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ lx}$$

Izračunati m iz osvijetljenosti: $m = 2,500(\log E_0 - \log E) \approx -14 - 2,5 \log E$

Izračunati osvijetljenost E iz magnitude: $\log E \approx -5,6 - 0,4m$

Zvijezda nulte ili prve veličine ima ulogu etalona. Oprez: Različiti autori daju etalonu $m = 0$ vrijednosti 2,09 mlx, 2,65 mlx, 2,7 mlx i sl.

Napomena: magnituda zvjezdanog neba od -4,75 izračunata je na temelju podatka o osvijetljenosti.

Zapazimo: Venera u maksimalnoj elongaciji osvjetljava gotovo kao cijeli skup zvijezda na nebu.

PRIMJER: Izračunajmo koliko nas osvjetljava jedan kvadratni stupanj zvjezdanog neba i koja mu je ekvivalentna magnituda. Na polusferi ima 20627 ($^\circ$)²:

$$\frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ lx}}{20627} = 9,7 \cdot 10^{-9} \text{ lx} \approx 10^{-8} \text{ lx}$$

$$m \approx -14 - 2,5 \log 10^{-8} = 6$$

Izlazi da svaki kvadratni stupanj neba sadrži jednu zvijezdu 6. veličine. Razumljivo

2) SJAJ ILI LUMINANCIJA

Izvor	nt	$m / (')^2$	$m / (")^2$
Sunce	$1,9 \cdot 10^9$	-19,4	-10,6
visokotlačna živina svjetiljka	10^6	-11	-2
mliječna žarulja	120000		
60 W fluorescentna svjetiljka	10000		
puni Mjesec	6000	-5,3	+3,6
površina osvijetljena za čitanje	1000		
ekran monitora	100		
tamno nebo između zvijezda	$3 \cdot 10^{-5}$	+15	+24

Sunčeva luminancija od $1,9 \cdot 10^9$ nt odgovara osvijetljenosti točke na Zemlji od 129000 lx.

Magnituda četvorne minute ili sekunde nalazi se tako da se prostorni kut Sunca izrazi četvornim stupnjevima, minutama ili sekundama.

3) SNAGA SVJETLOSTI

Izvor	lm
Sunce	$3,6 \cdot 10^{28}$
LCD projektor	1000 – 2000

NEKI OSNOVNI PODACI ASTRONOMSKE FOTOMETRIJE I RADIOMETRIJE

Komisija br. 25. Međunarodnog astronomske saveza je god. 1997. preporučila:

$$M_{\text{bol}} = 0$$

za zvijezdu koja ima snagu zračenja (luminozitet)

$$P = 3,052 \cdot 10^{28} \text{ W.}$$

To odgovara podacima za Sunce:

$$M_o = +4,75 \text{ uz } P_o = 3,8422 \cdot 10^{26} \text{ W.}$$

Tu snagu zračenja Sunce ima pri solarnoj konstanti

$$SK = 1366,2 \text{ W/m}^2$$

na udaljenosti astronomske jedinice

$$1 \text{ aj} = 149\,597\,870\,660 \text{ m.}$$

Ozračenost Zemlje mijenja se zbog eliptične staze. Navedena solarna konstanta srednja je vrijednost između vrijednosti 1365 i 1369 W/m² koje mjere sateliti u ovisnosti o vremenu unutar ciklusa Sunčeve aktivnosti.

Posljedica je površinska Sunčeva temperatura:

$$T_{\text{ef}} = 5778,1 \text{ K}$$

(računato uz konstante: $s = 5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$, $R_0 = 695\,508\,000 \text{ m}$).

Posljedica je prividna bolometrijska i vizualna magnituda Sunca:

$$m_{\text{bol } 0} = -26,8221, m_{\text{v } 0} = -26,7421 ,$$

uz podatak o bolometrijskoj korekciji:

$$\text{BC}(\text{Sunce}) = V - m_{\text{bol}} = -0,08 ,$$

te podatak o apsolutnoj vizualnoj magnitudi:

$$M_{\text{v } 0} = +4,83 .$$

Opaska: Procyon, F5 IV, ima bolometrijsku korekciju vrlo blizu ničtici. Sunce je spektra G2 V.

Gornje broježane odnose provjerio sam dva puta.

RAZNO

Jedan gospodin na nekoj web-stranici, zove se Ahad, tvrdi da svemir osvjetljava Sunčev sustav (dakle sva tijela izvan Sunčeva sustav, isključujući tijela Sunčeva sustava) s jednakom snagom kao 300-ti dio punog Mjeseca.

Zapitajmo se: Na kojoj udaljenosti od Sunca, će nam ono sijati kao tristoti dio punog Mjeseca?!

Mjesec: $m_{\text{v}} = -12,7$,

Prvo ustanovimo koje je prividne veličine izvor svjetlosti koji osvjetljava tristo puta slabije od Mjeseca:

$$E_1 / E_2 = 2,512^{(-12,7 - m_2)} = 1/300 ,$$

$$m_2 = -6,5.$$

Sada potražimo udaljenost s koje će nas Sunce obasjavati s tom prividnom veličinom, dok je na udaljenosti od 1 aj izvor s $m_1 = -26,7$:

$$E_1 / E_2 = (r_1 / r_2)^2 = 2,512^{(-6,5 + 26,7)} ,$$

pa nalazimo:

$$r_2 / r_1 = 10\,970 ,$$

odnosno:

$$r_2 = 10\,970 \text{ aj.}$$