

ODREĐIVANJE KUTNE BRZINE ROTACIJE ZEMLJE

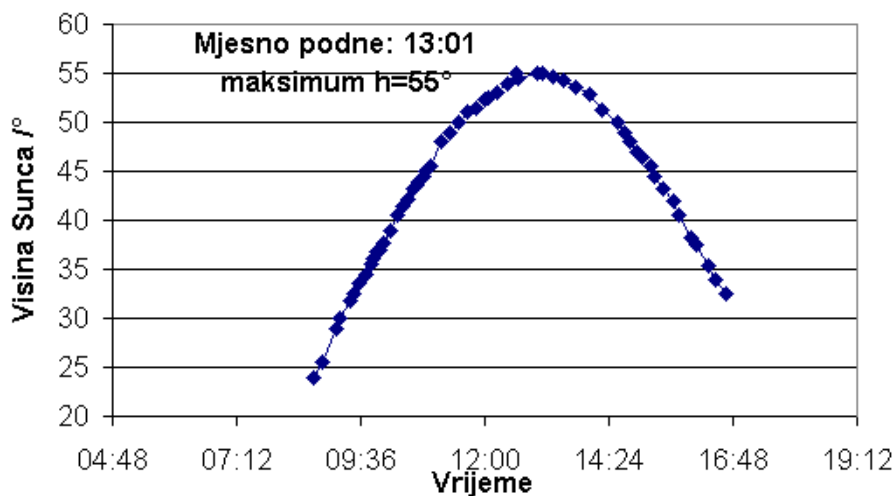
Priradio: Marko Šuveljak Vujnović
Mentor: Ljiljana Nemet, prof.

Zadatak

Odrediti brzinu rotacije Zemlje mjerenjem visine Sunca tijekom više dana. Tijekom mjerenja mjeriti visinu Sunca kvadrantom i doba dana digitalnim satom. Iz visine sfernom trigonometrijom izračunati satni kut pri zabilježenom vremenu. Izračunati promjenu satnog kuta u nekom vremenu, te brzinu rotacije Zemlje.

Postupak mjerenja

Mjerio sam visinu Sunca tijekom dana u mjestu Osoru na Cresu. Bilježio sam vrijeme mjerenja. Primjer jednog mjerenja prikazan je na slici 1. Kvadrant je imao kružnicu polumjera 20 cm. Provjerio sam ispravnost podjele limba tako da se visina Sunca može mjeriti točno na 0.5°.

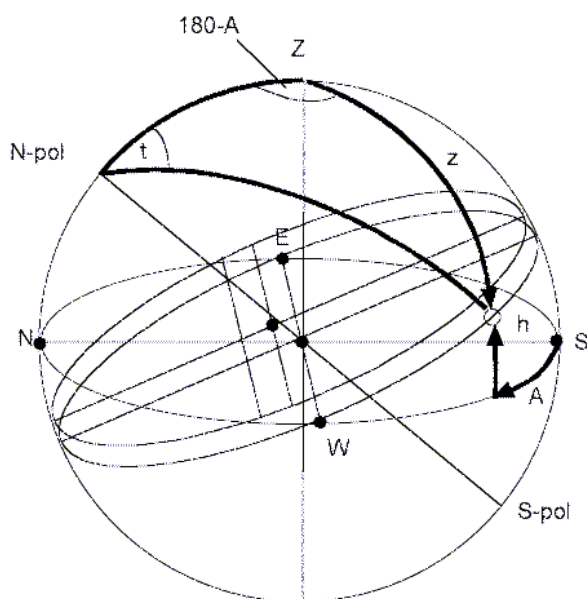


Slika 1. Visina Sunca 15.Travnja 2001 god.

Za račune su mi bili potrebne deklinacija Sunca i zemljopisna širina. Po formuli sferne trigonometrije koja se izvede iz kosinusnog poučka za stranice sfernog trokuta izračunavao sam satni kut Sunca u mjerenom trenutku:

$$t = \cos^{-1} \left(\frac{\sin h - \sin \varphi^* \sin \delta}{\cos \varphi^* \cos \delta} \right)$$

Ovi kutovi se nalaze na paralaktičnom trokutu:



Slika 2. Prikaz sfernog trokuta

Korištenje dnevnog hoda visine Sunca za određivanje zemljopisne širine i dužine

Zemljopisnu širinu smo našli iz maksimalne visine Sunca, koju sam očitao u dnevnoj krivulji visina, te iz tabličnog podatka za deklinaciju Sunca po sljedećoj formuli:

$$h = \delta + 90^\circ - \varphi$$

$$\varphi = \delta + 90 - h$$

Geografsku dužinu sam našao iz mjenjenog trenutka pravog podneva (pravo podneva se nalazi kao simetrala tetive krivulje). Vrijeme pravog podneva je po SEV-u je:

$$T = 12 \cdot h - \Delta\lambda - j$$

gdje je $\Delta\lambda$ razlika geografske dužine od 15 meridijana od mjesta na istoku, izražena u minutama, a j je jednadžba vremena. U tablici 1. se vide rezultati. Podatke za deklinaciju i jednadžbu vremena očitao sam iz Bolida za 2001.

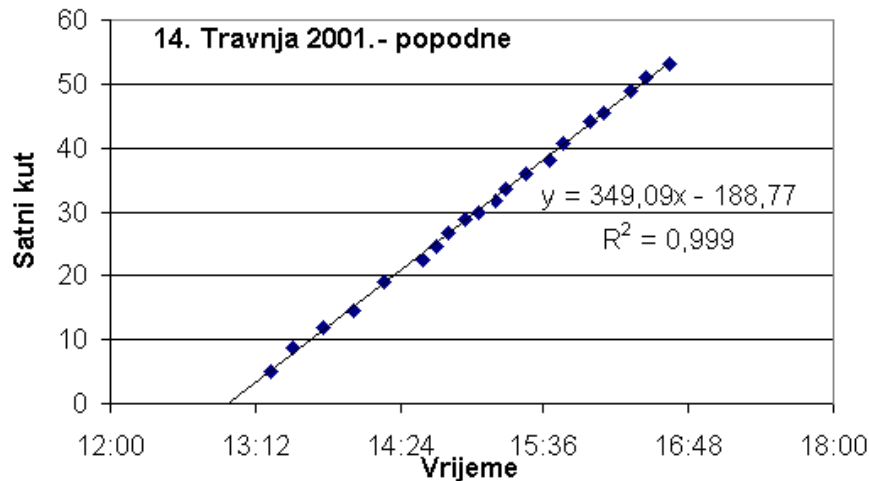
Tablica 1.

	$max h/^\circ$	<i>mj. podne</i>	$\delta/^\circ$	$\varphi/^\circ$	j/min	$\lambda/^\circ$
14.IV.	54,5	12:04	9,12	44,62	-0,3	14
15.IV.	55	12:01	9,48	44,48	0	14,75

Dobiveni rezultat usporedio sam s nautičkim kartama Jadrana i našao da je geografska širina Osora $44^\circ 41' 36''$, a geografska dužina $14^\circ 23' 54''$, što pokazuje jako dobru točnost mjerenja krivulje dnevnog hoda Sunca. Pokazalo se da je meridijan Osora zapravo od 15. meridijana.

Rezultati

Iz visine Sunca za dani trenutak računao sam satni kut Sunca. Iz podataka za satni kut u nekom trenutku, može se za svaki vremenski razmak izračunati kutna brzina satnog kuta, a potom naći srednju kutnu brzinu od svih mjerenja. Odabrao sam drugi postupak u kojem se grafički prikazuje ovisnost satnog kuta o trenutku, pa se iz nagiba pravca (u Excelu se pravac zove "trend line") izravno određuje kutna brzina. Program daje i jednadžbu pravca. U primjeru prikazanom na slici 3. kutna brzina iznosi 349.78° /dan.



Slika 3. Ovisnost satnog kuta o vremenu

Iz svih dobivenih kutnih brzina, izračunao sam srednju, koja iznosi $349^\circ/24\text{h}$. To je srednja brzina kojom se mijenja satni kut Sunca, a on je kut koji ovisi ne samo o brzini Zemljane zvjezdane rotacije već i o rektascenziji Sunca:

$$t = S - a$$

Kutna brzina je

$$\frac{\Delta t}{\Delta T} = \frac{\Delta S}{\Delta T} - \frac{\Delta \alpha}{\Delta T}$$

Brzina promjene zvjezdanog vremena tj. satnog kuta proljetne točke upravo je jednaka sideričkoj kutnoj brzini Zemljane rotacije:

$$\frac{\Delta S}{\Delta T} = \frac{\Delta t}{\Delta T} + \frac{\Delta \alpha}{\Delta T}$$

Kutna brzina rektascenzije izračunata je u raspravi za nekoliko petnaestodnevnih intervala u godini. Za travanj izlazi $335^\circ/\text{god}$ ili $0.92^\circ/\text{d} \gg 1^\circ/\text{d}$. Stoga je:

$$\frac{\Delta S}{\Delta T} = \frac{349^\circ}{\text{d}} + \frac{1^\circ}{\text{d}} \approx \frac{350^\circ}{\text{d}}$$

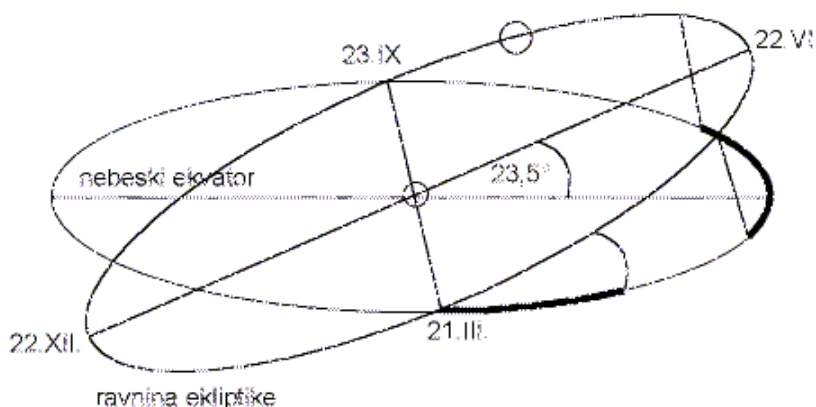
Rasprava i račun pogreške

Provjerio sam u tablici Bolida za 2001. da je kutna brzina satnog kuta proljetne točke praktički stalna. Stoga se kutna brzina satnog kuta Sunca mijenja jednako kao i kutna brzina rektascenzije, $\Delta\alpha/\Delta T$; onako kako se mijenja rektascenzija, tako se mijenja i satni kut. Oba se kuta nalaze u ekvadorskom koordinatnom sustavu. U idućoj tablici su zapisane kutne brzine rektascenzije očitane za 15-dnevne intervale:

Tablica 2.

5-20.II.2001.	358,4°/god
2-17.IV.	335,1°/god
5-20.V.	358,3°/god
5-20.VI.	378,4°/god
5-20.IX.	327,8°/god
15-30.XII.	404,6°/god
SREDNJA VRIJEDNOST	360,4°/god

Razlog promjene kutne brzine rektascenzije je u tome što se Sunce giba ekliptikom i što se Zemlja oko Sunca giba elipsom, dakle nejednolikom kutnom brzinom.



Slika 4. Skica gibanja Zemlje oko Sunca

Kako se Sunce giba ekliptikom, rektascenzija je projekcija ekliptičke dužine. Kada bi Sunce imalo stalnu ekliptičku kutnu brzinu, projekcija u smjeru ekvatora bi se mijenjala: kutna brzina rektascenzije je zato najmanja u vrijeme jesenske i proljetne ravnodnevnicе, a najveća u vrijeme ljetnog i zimskog suncostaja. Kako Zemlja ima veću kutnu brzinu u perihelu početkom siječnja, a manju u afelu početkom srpnja, to je kutna brzina ekliptičke dužine najveća početkom godine, a najmanja sredinom godine. Rezultantna kutna brzina je najveća na kraju godine (u gornjoj tablici 15-31.XII) zato što se podudara vrijeme zimskog suncostaja s gibanjem u području perihela. Zvezdani dan kraći je od Sunčevog dana za 4 min što u 24 sata iznosi 3 promila. U mojim mjerenjima dobiveni rezultat od 349°/d razlikuje se od 360°/d za 3%. Stoga je tim mjerenjem nemoguće razlikovati zvezdani od Sunčevog dana. Vrijeme je mjereno digitalnim satom koji je provjere pomoću signala točnog mjerenja i čiji je dnevni hod bio oko sekunde. Prema tome postoji pogreška mjerenja visine Sunca nad horizontom. To treba provjeriti.

U mjerenju visine može se pogrešiti najviše za 0.5° . Uzmimo podatke opažanja za dan 15. travanj:

Tablica 3.

vrijeme T	visina h	satni kut t
08:41	25°	$64,1^\circ$
s pogreškom	$25,5^\circ$	$63,4^\circ$
12:27	54°	$9,6^\circ$
s pogreškom	$54,5^\circ$	$6,7^\circ$

Kombiniranjem podataka za satni kut nalazi se najveća i najmanja razlika satnog kuta koja bi slijedila iz mogućeg pogrešnog očitavanja visina Sunca:

$$\Delta t(\min) = 57.4^\circ \quad \Delta t(\max) = 53.8^\circ$$

Razlika vremena opažanja iznosi $\Delta T = 3 \text{ h } 46 \text{ min} = 0.157 \text{ d}$. Slijedi najveća i najmanja kutna brzina:

$$\frac{\Delta t}{\Delta T}(\max) = 366^\circ/\text{d} \quad \frac{\Delta t}{\Delta T}(\min) = 343^\circ/\text{d}$$

Razlika iznosi 6%. Ustanovljena je točnost mjerenog rezultata od 3% što znači da je upotrebom krivulje dnevnog hoda u očitavanju visine Sunca učinjena pogreška sigurno manja od 0.5° . Na temelju mjerenja uz upotrebu kvadrata za Sunce zaključujem da pomoću visine Sunca izmjerene njime nije moguće preciznije izračunati brzinu Zemljane rotacije.

Sažetak

Pomoću Sunčevog kvadrata preciznosti 0.5° mjerio sam visinu Sunca tijekom dana od 13. do 15. travnja 2001. godine iz Osora na Cresu, zemljopisne širine $44^\circ 41' 36''$ i zemljopisne dužine $14^\circ 23' 54''$, što sam provjerio mjerenjem. Pomoću kosinusovog poučka u sfernom trokutu računao sam satni kut Sunca tijekom dana, i izračunao srednju kutnu brzinu satnog kuta. Da dobijem kutnu brzinu rotacije Zemlje, kutnoj brzini satnog kuta bilo je potrebno dodati kutnu brzinu rektascenzije. Dobio sam da se Zemlja rotira kutnom brzinom od $350^\circ/24\text{h}$, što je pogreška od 3%. Zbog preciznosti kvadranta nisam mogao dobiti bolji rezultat.