

## ZAKON MASA - SJAJ

*Privedili: Ivana Tucaković i Renata Đurić  
mentor: Miroslav Varat, prof.*

### Sažetak

Fotometar s ravnim zrcalom je instrument pomoću kojeg se sjaj zvijezde uspoređuje sa svjetlom žaruljice koja se odbija od zrcala. Cilj našeg rada bio je fotometrom odrediti prividne zvjezdane veličine zvijezda i zatim pomoću još nekih kataloških vrijednosti odrediti masu promatranih objekata. Točnost dobivenih rezultata provjerile smo uz pomoć zakona masa-sjaj.

### Uvod

Vizualna fotometrija koristi svojstvo oka da razaznaje kad su dva svjetlosna intenziteta jednaka. Kod metode bez instrumenta (Argelander, Pogson, Pickering) sjaj zvijezde uspoređuje se sa sjajem zvijezda poznatih veličina u bliskom dijelu vidljivog polja. Pomoću fotometra s ravnim zrcalom sjaj zvijezde uspoređuje se s rasvjetom koju daje slika točkastog umjetnog izvora svjetla. U našem prošlogodišnjem radu detaljno smo opisale izradu fotometra, tako da ćemo ovdje samo opisati kako fotometar funkcionira. Primarni izvor svjetla je pomična baterijska žaruljica. Žaruljica obasjava zeleno mutno staklo na kojem se nalazi neprozirno sjenilo s rupicom promjera 1 mm, koja predstavlja točkasti izvor svjetla: "umjetnu zvijezdu", čiji se "sjaj" uspoređuje sa "sjajem" zvijezde. Zrcalo smješteno na fiksnoj udaljenosti od mutnoga stakla stvara sliku rupice, a sjaj slike ovisi o udaljenosti žaruljice od mutnog stakla.

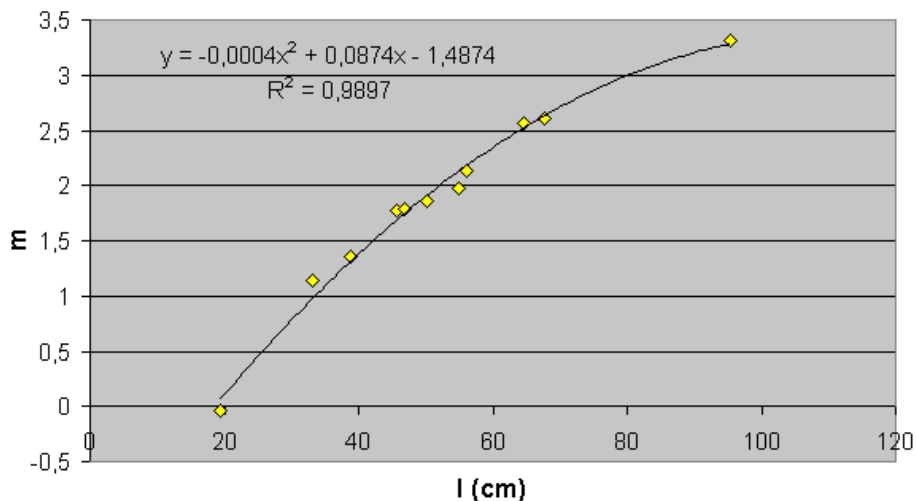
### Baždarenje instrumenta

Da bi smo mogle koristiti fotometar, najprije smo ga morale baždariti. Odabrale smo zvijezde zenitne udaljenosti od  $0^\circ$  do  $30^\circ$  (kako atmosferska ekstinkcija ne bi značajno utjecala na rezultate). Usmjerile smo fotometar prema zvijezdi i mijenjale udaljenost žaruljice od zrcala sve dok prividni sjaj zvijezde i žaruljice ne bi postao jednak. U tablici 1. smo zabilježile katalošku vrijednost magnitude ( $m$ ) i udaljenost žaruljice od filtra ( $l$ ), a kasnije i logaritmiranu vrijednost udaljenosti  $\log(l)$ . Mjerenja su vršila četiri opažača, tako da su u tablici navedene srednje vrijednosti izmjerenih vrijednosti udaljenosti. U radnji smo navele najuspješnije mjerenje.

Nakon izvršenih mjerenja, nacrtale smo graf koji prikazuje ovisnost magnitude o udaljenosti (graf 1.).

S obzirom da smo krivulju povukle aproksimativno, pri očitavanju vrijednosti dolazilo je do nepreciznosti. Da bi smo mogli što točnije očitavati vrijednosti s grafa, logaritmirale smo vrijednosti srednjih udaljenosti

$$l_1 = \log l$$



Graf 1. Ovisnost magnitude o udaljenosti

Tablica 1.

Zvijezda	M	MBol	G	log G
Bernardova zvijezda	13,24	9,04	0,102	-0,9914
Proxima Centauri	15,45	11,64	0,056	-1,25181
61 Labuda A	8,33	7,43	0,394	-0,4045
61 Labuda B	7,49	6,79	0,496	-0,30452
$\alpha$ Centaura A	4,34	4,27	1,18	0,071882
$\alpha$ Centaura B	5,7	5,4	0,81	-0,09151
$\tau$ Kita	5,68	5,62	0,816	-0,08831
Fomalhaut	1,75	1,4	2,404	0,380934
Sunce	4,8	4,73	1,04	0,017033

Logaritmiranjem je krivulja postala pravac. Da bi pravac bio što točnije povučen, koristili smo metodu najmanjih kvadrata. Izračunale smo sume  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  ( $x$  i  $y$  su koordinate točaka,  $x = \log l$ ,  $y = m$ ).

$$S_1 = \sum xy$$

$$S_2 = \sum x^2$$

$$S_3 = \sum x$$

$$S_4 = \sum y$$

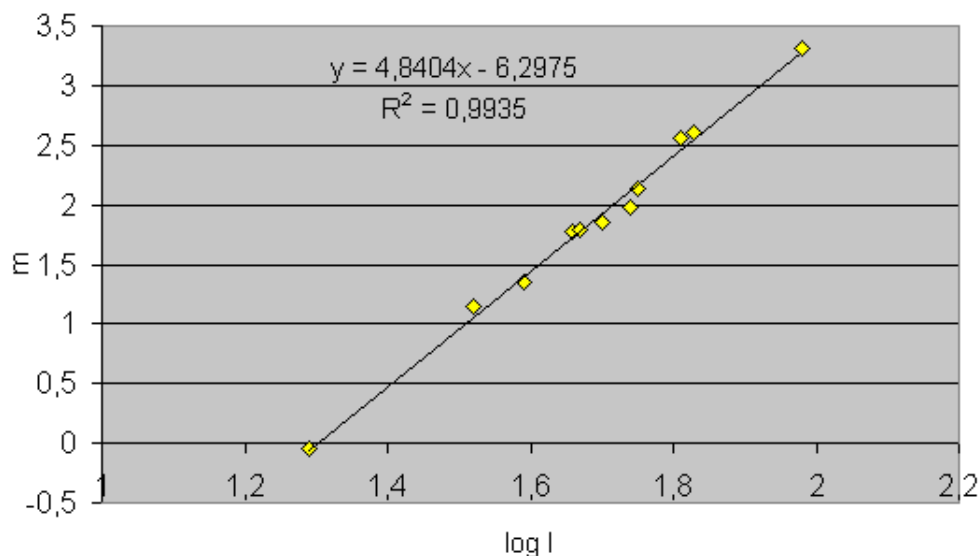
Nakon toga smo odredile koeficijent smjera pravca ( $a$ ) i odsječak na ordinati ( $b$ ):

$$a = \frac{nS_1 - S_3S_4}{nS_2 - (S_3)^2}$$

$$b = \frac{S_4S_2 - S_1S_3}{nS_2 - (S_3)^2}$$

Izračunavši a i b dobile smo jednadžbu pravca, i zatim ucrtale pravac. Jednadžba pravca glasi:

$$y = 4,84x - 6,30$$



Graf 2. Ovisnost magnitude o log. udaljenosti

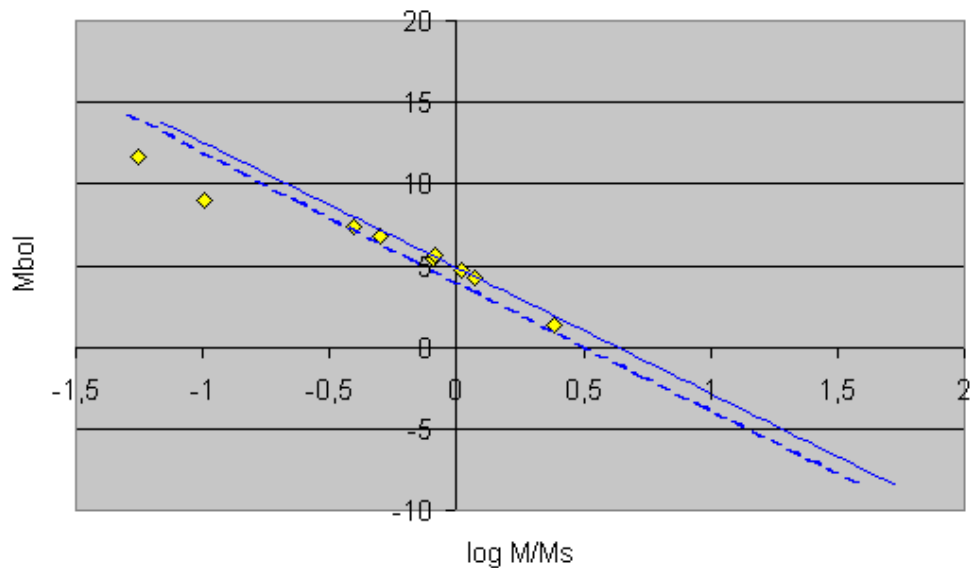
Pogreške mjerenja smanjivale su s povećanjem iskustva (prva mjerenja imala su pogrešku i do 0,5 magnitude). Nakon što smo pomoću dobivenih grafova mogle odrediti magnitudu bilo koje zvijezde, mogle smo krenuti prema temeljnom cilju našeg rada - određivanju mase zvijezde fotometrom.

### Određivanje zakona masa-sjaj

Dijagram koji pokazuje ovisnost sjaja i mase nacrtale smo pomoću kataloških vrijednosti sjaja i mase zvijezda koje pripadaju glavnom nizu (tablica 2.). Na njemu je na apscisnu os nanesen logaritam mase, a na ordinatu apsolutna bolometrička veličina.

Tablica 2.

Zvijezda	M	MBol	G	log G
Bernardova zvijezda	13,24	9,04	0,102	-0,9914
Proxima Centauri	15,45	11,64	0,056	-1,25181
61 Labuda A	8,33	7,43	0,394	-0,4045
61 Labuda B	7,49	6,79	0,496	-0,30452
$\alpha$ Centaura A	4,34	4,27	1,18	0,07188
$\alpha$ Centaura B	5,7	5,4	0,81	-0,09151
$\tau$ Kita	5,68	5,62	0,816	-0,08831
Fomalhaut	1,75	1,4	2,404	0,38093
Sunce	4,8	4,73	1,04	0,01703



Dijagram nam govori da što je veća masa zvijezde, to je i njen sjaj veći. Ovaj odnos može se predstaviti jednim matematičkim izrazom:

$$G = 3,89 \cdot 10^{-0,1194 M}$$

G - masa zvijezde

M - apsolutna zvjezdana veličina

Masa G izražava se u sustavu u kome je Sunčeva masa uzeta za jedinicu. Do dijagrama masa-sjaj došlo se tako što su uneseni podaci za sjaj i mase dvojnih zvijezda. Ovaj odnos ne važi u potpunosti za sve zvijezde, ali se za dobar dio njih može uspješno primijeniti.

### Određivanje mase zvijezde fotometrom

Prvi korak u određivanju mase zvijezde fotometrijom bio je odrediti prividnu zvjezdanu veličinu promatranog objekta ( $m$ ), odnosno zvijezda koje pripadaju glavnom nizu. Prividnu zvjezdanu veličinu dobile smo tako da smo sa slike 2. pripadajućoj vrijednosti logaritma udaljenosti pridružile vrijednosti magnituda. S vremenom, srednja pogreška se smanjivala i iznosila je 0,1 magnituda. Zatim smo iz kataloške vrijednosti paralakse ( $p$ ) odredile udaljenost (u parasecima), a nakon toga i apsolutnu zvjezdanu veličinu ( $M$ ) iz jednakosti:

$$M = m + 5 - 5 \log r_{pc}$$

M - apsolutna zvjezdana veličina

$m$  - prividna zvjezdana veličina

$r$  - udaljenost zvijezde u parasecima

Iz podataka o spektralnom tipu, iz tablica smo uzele vrijednosti bolometrijskih korekcija, i na taj način odredile apsolutnu bolometrijsku magnitudu:

$$M_{Bol} = M + B.C.$$

$M_{\text{Bol}}$  - apsolutna bolometrijska veličina

M - apsolutna zvjezdana veličina

B.C. - bolometrijska korekcija

Izmjerene i izračunate podatke unijeli smo u tablicu (tablica 3).

Tablica 3.

zvijezda	l (cm)	log l	m	p(")	r (pc)	M	MBol
Denebola	52,5	1,72016	2	0,09	11,09	1,77	1,44
Regul	35	1,54407	1,2	0,042	23,76	-0,68	-1,72
Kastor	43,5	1,63849	1,5	0,063	15,81	0,5	0,14
Procion	23	1,36173	0,3	0,286	3,5	2,58	2,54
Saif	54	1,73239	2	0,005	221,24	-4,5	-7,67
Belatrix	41	1,61278	1,5	0,013	74,52	-2,93	-5,16
Alnitak	47	1,6721	1,8	0,004	250,63	-5,19	-8,53
Minataka	59	1,77085	2,3	0,004	280,9	-4,7	-8,04
Gema	56	1,74819	2,1	0,044	22,91	0,32	-0,08
Spika	34	1,53148	1,1	0,012	80,39	-3,5	-6,2
δ Crv	87	1,93952	3,1	0,037	26,95	0,94	0,34
β Cef	95,5	1,98	3,3	0,005	182,48	-3,21	-5,44
α Cef	69	1,83885	2,6	0,067	14,96	1,73	1,53
χ Boo	81	1,90849	2,9	0,038	26,12	0,8	0,6

S grafa koji prikazuje ovisnost sjaja o masi (graf 3.), očitale smo masu (očitanu vrijednost nam predstavlja katalošku vrijednost mase). Kao što smo ranije napomenule, glavni niz zvijezda je pruga određene širine, a ne oštra krivulja, pa je relacija masa-sjaj predočena jednim područjem, prugom konačne širine. Zbog toga kataloška vrijednost mase nije određen broj, već interval u kojem bi se izmjerena vrijednost mase trebala nalaziti. Izmjereni vrijednost mase dobivale smo matematičkim putem iz izraza:

$$G = 3,89 \cdot 10^{-0,1194 M}$$

G - masa zvijezde

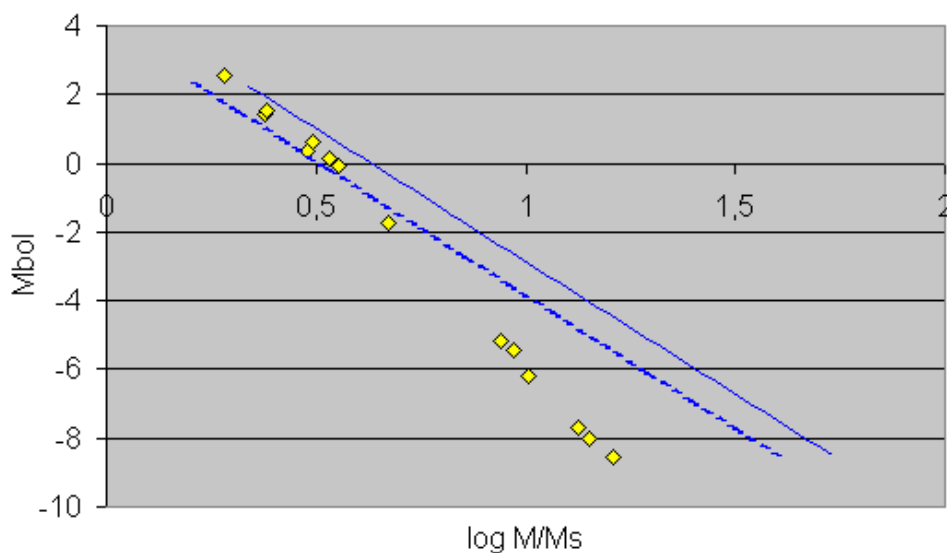
M - apsolutna zvjezdana veličina

gdje je M izmjerena apsolutna zvjezdana veličina. Dobivene podatke smo unijele u tablicu (tablica 4).

Tablica 4.

zvijezda	G (izmjerena)	G (kataloška)		log G (kataloška)	
Denebola	2,39	2,18	2,88	0,33846	0,45939
Regul	4,69	5,64	7,59	0,75128	0,88024
Kastor	3,39	3,31	4,37	0,51983	0,64048
Procion	1,91	1,62	2,18	0,20952	0,33846
Saif	13,40	31,62	41,69	1,49996	1,62003
Belatrix	8,71	14,79	19,95	1,16997	1,29994
Alnitak	16,20	40,74	53,7	1,61002	1,72997
Minataka	14,16	35,48	46,77	1,54998	1,66997
Gema	3,56	2,63	3,48	0,41996	0,54158
Spika	10,18	20,89	26,92	1,31994	1,43008
$\delta$ Crv	3,00	3,02	3,31	0,48001	0,51983
$\beta$ Cef	9,40	16,16	21,88	1,20844	1,34005
$\alpha$ Cef	2,42	2,14	2,88	0,33041	0,45939
$\chi$ Boo	3,12	2,82	3,8	0,45025	0,57978

Da bi "vizualizirane" rezultate, dobivene vrijednosti mase ucrtale smo na graf koji pokazuje masa-sjaj (Graf. 4).



Graf 4. Ovisnost apsolutne bolometrijske veličine o logaritmu mase (masa - sjaj)

## Diskusija

Nakon što smo na graf koji prikazuje zakon masa-sjaj ucrtale i izmjerene vrijednosti, primijetile smo neke karakteristike:

- zvijezde čije karakteristike zadovoljavaju postavljene uvjete (da im je udaljenost manja od 100 parseka, da se na glavnom nizu nalaze u blizini Sunca) nalaze se na očekivanom mjestu, unutar pruge.

- zvijezde koje se nalaze na udaljenosti većoj od 100 parseka, tj. nalaze se na rubnim dijelovima glavnog niza odstupaju od očekivanih vrijednosti za masu, odnosno, ne nalaze se unutar pruge.

Graf u jednom dijelu pokazuje linearnu ovisnost sjaja o masi. Mase zvijezda slične su masi Sunca, udaljenost je manja od 100 pc i te zvijezde pripadaju "glavnim zvijezdama" glavnog niza. Što se više odmičemo od sredine glavnog niza, odnosno idemo prema rubnim dijelovima, zakon masa-sjaj više ne vrijedi i razlike se povećavaju jer se mijenjaju i fizikalne karakteristike zvijezda.

## Zaključak

Fotometrom s ravnim zrcalom moguće je odrediti vizualnu magnitudu velikog broja zvijezda s točnošću od oko 0,1 magnitude. Do pogreške u mjerenju najčešće dolazi zbog atmosferskih utjecaja (ekstinkcije i sl.). Iz poznate vrijednosti vizualne magnitude i nekih kataloških vrijednosti moguće je odrediti još neke karakteristike zvijezda. Fotometrijom s ravnim zrcalom moguće je na poseban način odrediti masu zvijezde (osim vizualne magnitude, potrebno je poznavati još neke podatke). Zakon masa-sjaj vrijedi za zvijezde glavnog niza i pokazuje da se s povećanjem mase povećava i sjaj zvijezde. Proizvoljnim odabirom zvijezda kojima smo određivale masu, zaključile smo da zakon masa-sjaj vrijedi samo za zvijezde određenih karakteristika, a to su zvijezde koje se na glavnom nizu nalaze u blizini Sunca. Tada za odnos masa-sjaj vrijedi veoma jednostavna relacija: s povećanjem mase, povećava se i sjaj. Što se više odmičemo po glavnom nizu sve veće su razlike između izmjerenih kataloških vrijednosti za dobivene mase.