

Astronomski i matematički pribor

Kad za vedre noći promatramo nebo vidimo zvijezde. Promatrano sa Zemlje neke nam od njih izgledaju sjajne, a druge vrlo slaba sjaja. Neke od tih zvijezda slaba sjaja zapravo su vrlo sjajne, ali su vrlo daleko. Neke od najsjajnijih zvijezda na našem nebu zapravo su slaba sjaja, samo što se nalaze blizu Sunčeva sustava. Kad promatramo zvijezde prisiljeni smo da to učinimo sa Zemlje ili njezinog neposrednog okoliša pa možemo mjeriti samo jakost pristigle svjetlosti. Na nesreću, to nam neposredno ne govori ništa o unutrašnjim svojstvima zvijezde. Želimo li o njoj saznati više, primjerice veličinu ili fizikalni/pravi sjaj, moramo znati koliko je od nas udaljena.

Magnitude: pojam zamišljen 120. pr. Krista

Zbog povijesnih razloga zvijezde vidljive golim okom razvrstane su u šest skupina sjaja, nazvanih magnitude. Ljestvicu je oko 120. pr. Krista zamislio grčki astronom Hiparh, a u malo izmijenjenom obliku rabimo je i danas. Hiparh je najsjajnije zvijezde svrstao u magnitudu 1, a one



Slika 1: Hiparh Nikejski (oko 190. – oko 120. pr. Kr.)
Grčki astronom Hiparh prvi je smislio ljestvicu za određivanje sjaja zvijezda.

najslabija sjaja u magnitudu 6. Od Hiparhove doba astronomija se mnogo promijenila! Umjesto da rabimo samo golo oko, svjetlost zvijezda skupljamo velikim zemaljskim teleskopima poput VLT-a u čileanskoj pustinji Atacama ili Hubbleovim svemirskim teleskopom iznad površine planeta. Skupljena svjetlost potom se analizira instrumentima sposobnim da zabilježe objekte milijarde puta slabijeg sjaja od onoga što vidi ljudsko oko.

Međutim, čak i danas se astronomi koriste malo izmijenjenom Hiparhovou ljestvicom magnituda, nazvanom prividne magnitude. Suvremena definicija magnitude odabrana je tako da ne treba mijenjati postojeća mjerenja sjaja zvijezda.

Astronomi rabe dvije različite vrste magnituda: prividnu magnitudu i apsolutnu magnitudu.

Prividna magnituda

Prividna magnituda, m , zvijezde mjera je njezinog sjaja vidljivog sa ili blizu Zemlje.

Umjesto definicije prividne magnitude brojem opaženih fotona svjetlosti, ona je određena prema magnitudi i intenzitetu svjetlosti referentne zvijezde. To znači da astronom magnitude zvijezda može mjeriti usporedbom s nekim standardnim zvijezdama čiji je sjaj izmjeren na apsolutni (suprotno relativnom) način.

Prividna magnituda, m , određena je jednadžbom:

$$m = m_{\text{ref}} - 2,5 \log (I/I_{\text{ref}})$$

gdje je m_{ref} prividna magnituda referentne zvijezde, I je izmjereni intenzitet svjetlosti zvijezde, a I_{ref} je intenzitet svjetlosti referentne zvijezde. Suvremenu definiciju sa starijom, subjektivnijom ljestvicom određivanja prividne magnitude uskladuje konstanta 2,5.

Astronomski i matematički pribor

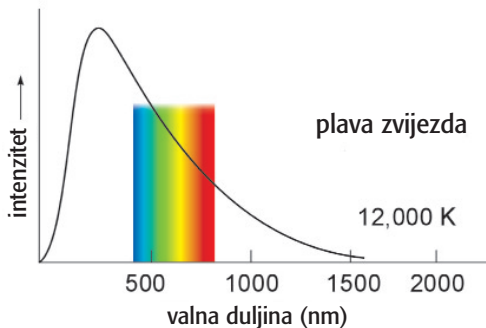
Zanimljivo je primijetiti kako je Hiparhova ljestvica, izabrana na temelju intuicije, rabeći samo golo oko, logaritamska, jer upravo na taj način naše oči reagiraju na jakost svjetlosti.

Za usporedbu, prividna magnituda punog Mjeseca je oko -12,7, magnituda Venere može doseći -4, a Sunce ima prividnu magnitudu od oko -26,5.

Apsolutna magnituda

Sad raspoložemo dobrom definicijom prividne magnitude. To je korisno astronomsko pomagalo, ali nam ne govori ništa o fizikalnim svojstvima zvijezde. Zbog toga moramo uspostaviti zajedničko svojstvo iskoristivo za usporedbu različitih zvijezda i uporabu u statističkoj analizi. To svojstvo je apsolutna magnituda.

Apsolutna magnituda, M , zvijezde određena je kao relativna magnituda koju bi zvijezda imala kad bi se nalazila na udaljenosti od 10 parseka od Sunca (što je parsek, ako je potrebno, možete naći u Matematičkom priboru). S obzirom da se vrlo malo zvijezda nalazi točno na udaljenosti od 10 parseka, za izračunavanje apsolutne magnitude različito udaljenih zvijezda poslužiti će jednadžba udaljenosti. Naravno, jednadžba djeluje i u obrnutom smjeru – znamo li apsolutnu magnitudu zvijezde, možemo izračunati njezinu udaljenost.



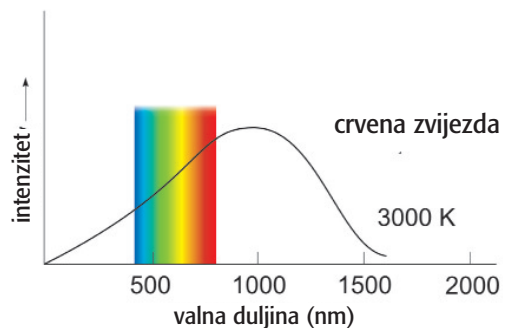
Različite boje, različite magnitude

Potkraj 19. stoljeća, kad su astronomi prividne magnitude zvijezda mjerili na temelju fotografija neba, pojavila se nova poteškoća. Neke zvijezde koje su promatrane golim okom izgledale jednako sjajno, na filmu su izgledale različita sjaja i obratno. U usporedbi s okom fotografska je emulzija bila osjetljivija na plavu svjetlost, a manje osjetljiva na crvenu.

U skladu s time načinjene su dvije različite ljestvice: vizualna magnituda, ili m_{vis} , koja nam kaže kako zvijezda izgleda oku, i fotografska magnituda, ili m_{phot} , koja se odnosila na mjerenja načinjena crno-bijelim filmom osjetljivim na plavu svjetlost. Danas se one pišu kao m_v i m_p .

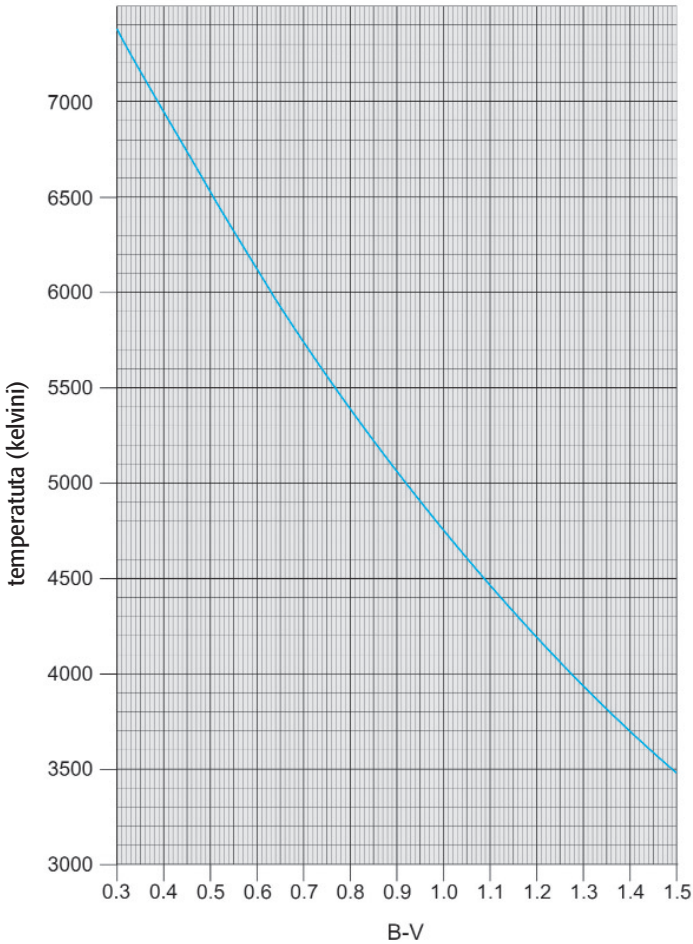
Međutim, različite fotografske emulzije različito su osjetljive na različite boje. A i ljudske se oči razlikuju! Ljestvice magnituda zamišljene za različite raspone valnih duljina moralo se bolje kalibrirati.

Danas se točne magnitude određuju mjerenjima standardnog fotoelektričnog fotometra kroz standardne obojene filtre. Stvoreno je nekoliko fotometrijskih ljestvica, a najpoznatija je UVB, nazvana po tri najčešće korištena filtra. Filtar U propušta uglavnom blisku ultraljubičastu svjetlost, B uglavnom plavu (*blue*), a V uvelike odgovara staroj vizualnoj magnitudi – njegov se



Slika 2: temperatura i boja zvijezda

Ovaj shematski dijagram pokazuje odnos boje zvijezde i njezine površinske temperature. Na grafikonima za dvije hipotetske zvijezde iscrtani su intenziteti u odnosu na valne duljine. Označeni su i vidljivi dijelovi spektra. Boja zvijezde određena je mjestom na kojem se u vidljivom dijelu spektra nalazi vrh krivulje intenziteta.



Slika 3: Površinska temperatura u odnosu na B-V indeks boje
 Grafikon prikazuje odnos između površinske temperature zvijezde, T , i njezinog B-V indeksa boje. Poznavajući ili površinsku temperaturu ili B-V indeks boje na ovom se grafikonu može pronaći druga vrijednost.

široki vrh propusnosti nalazi u žuto-zelenom pojasu, u najosjetljivijem području ljudskog oka. Odgovarajuće magnitude ovog sustava označavaju se m_U , m_B i m_V .

Od B-V indeksa boje do temperature

Pojam *B-V indeks boje* (astronomi skraćeno kažu samo *B-V*) određen je kao razlika između dviju magnituda, $m_B - m_V$ (mjereno u UBV sustavu). Posve bijela zvijezda ima B-V indeks boje od oko 0,2, naše žuto Sunce 0,63, narančastocrveni Betelgez 1,85, a najplavija moguća zvijezda vjeruje se da ima B-V indeks od

-0,4. Jedan od načina razmišljanja o indeksu boje je činjenica da plavije zvijezde imaju negativniju B magnitudu pa je zbog toga manja razlika $m_B - m_V$.

Između površinske temperature, T , zvijezde i njezinog B-V indeksa boje vrlo je jasna relacija (vidi Reed, C., 1998, Journal of the Royal Society of Canada, 92, 36-37) pa površinsku temperaturu zvijezde možemo naći na grafikonu T i $m_B - m_V$ (vidi Sliku 3).

$$\log_{10}(T) = (14,551 - (m_B - m_V)) / 3,684$$

Jednadžba udaljenosti

Jednadžba udaljenosti glasi:

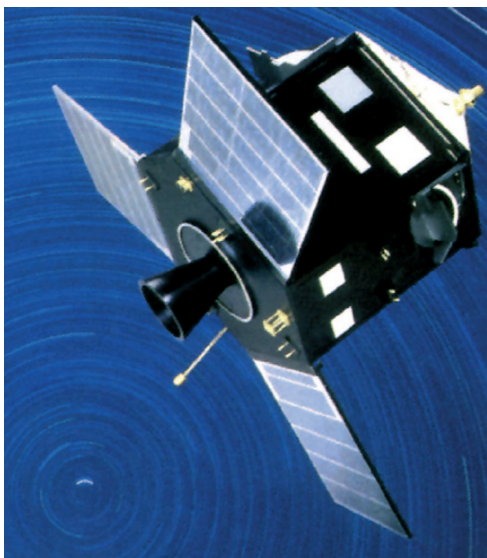
$$m - M = 5 \log(D / 10 \text{ pc}) = 5 \log(D) - 5$$

Jednadžba uspostavlja vezu između prividne magnitude, m , apsolutne magnitude, M , i udaljenosti, D , mjerene u parsecima. Vrijednost $m-M$ naziva se *modul udaljenosti* i može se uporabiti za određivanje udaljenosti objekta.

Uz pomoć malo algebre ova se jednadžba pretvara u često pogodniji oblik (pokušajte to sami iskušati):

$$D = 10^{(m-M+5)/5}$$

Pri određivanju udaljenosti nebeskih objekata najprije mjerimo prividnu magnitudu m . Tada, ako znamo stvarni sjaj objekta (njegovu apsolutnu magnitudu M), možemo izračunati njegovu udaljenost D . Najveći dio teškog rada u pronalaženju astronomskih udaljenosti je određivanje apsolutne magnitude određenih vrsta astronomskih objekata. Apsolutne magnitude je, na primjer, mjerio ESA-in satelit HIPPARCOS. Njime su, između ostalog, mjerene točne udaljenosti i prividne magnitude brojnih bliskih zvijezda.



Kratke zadaće

Ove su kratke vježbe namijenjene upoznavanju s upravo spomenutim jednadžbama.

Zadaća AP1

Zvijezda α Orion (Betelgez) ima prividnu magnitudu $m = 0,45$ i apsolutnu magnitudu $M = -5,14$.

? Izračunaj udaljenost do Betelgez.

Betelgez je crvena zvijezda u lijevom Orionovom ramenu (gledano sa Zemlje), a ubrajamo je u crvene superdivove. Promatrana golim okom izrazito je narančastocrvena.

Zadaća AP2

α Lire (Vega), s apsolutnom magnitudom 0,58 od nas je udaljena 7,76 parseka.

? Izračunaj prividnu magnitudu Vege.

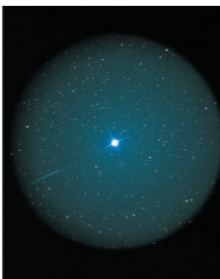
Vega je najsjajnija zvijezda zvijezda Lire, gornja desna zvijezda u "ljetnom trokutu".

Slika 4: Satelit HIPPARCOS

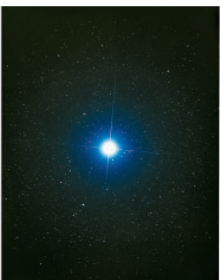
Satelit HIPPARCOS je lansiran 8. kolovoza 1989. Njegova glavna zadaća bila je stvaranje zvjezdanog kataloga dotad nezabilježene točnosti. HIPPARCOS je izmjerio položaje otprilike 120 000 zvijezda do 13. veličine. Satelit je prestao radom 1993., a prvi je njegov zvjezdani katalog objavljen 1997.



Fotografija 1: Betelgez (Orion).



Fotografija 2: Vega (Lira).

Fotografija 3: Ljetni trokut –
(u smjeru kazaljke ure)
Deneb (Labud), Vega (Lira)
i Altair (Orao).

Fotografija 4: Sirius (Veliki Pas).

Zadaća AP3

α Labuda (Deneb) je gornja lijeva zvijezda "ljetnog trokuta", ujedno glavna zvijezda u zvijezdu Labuda.

Njezina prividna magnituda je 1,25, a udaljenost od Sunca iznosi 993 parseka.

? Izračunaj apsolutnu magnitudu Deneba. Što ti ona govori o fizikalnoj naravi te zvijezde?

Zadaća AP4

Zvijezda α Velikog Psa (Sirius) najsjajnija je zvijezda na nebu. Nalazi se na udaljenosti od 2,64 parseka, a prividna joj magnituda iznosi -1,44.

? Izračunaj apsolutnu magnitudu Siriusa. Uspoređiš li njegovu apsolutnu magnitudu s tri prethodno spomenute zvijezde, kakav je tvoj sud o Siriusovom stvarnom fizikalnom sjaju?

Zadaća AP5

? Kad bi zvijezde Vega, Sirius, Betelgez i Deneb bile od nas udaljene 10 parseka (na istom dijelu neba), kako bismo ih vidjeli?

Zadaća AP6

Apsolutna magnituda, M , određena je kao prividna magnituda zvijezde na udaljenosti 10 parseka od Sunca.

? Ne bi li bilo ispravnije mjeriti tu udaljenost od Zemlje? Zašto nije važno mjerimo li tu udaljenost od Sunca ili Zemlje?

Sjaj i intenzitet

Dosad smo spominjali zvjezdane magnitude, ali uopće nismo rekli koliko energije stvarno izračuje zvijezda. Ukupnu energiju koju zvijezda svake sekunde emitira nazivamo luminozitet, L , a mjeri se vatima (W). Jednak je izračenoj snazi.

Astronomski i matematički pribor

Luminozitet i magnituda su povezani. Udaljena zvijezda velikog luminoziteta može imati jednaku prividnu magnitudu kao bliska zvijezda slabog luminoziteta. Znajući prividnu magnitudu i udaljenost zvijezde možemo joj odrediti luminozitet.

Zvijezda izračuje svjetlost u svim smjerovima pa je zračenje raspodijeljeno po sferi. Za izračunavanje intenziteta, I , svjetlosti zvijezde na Zemlji (intenzitet je zračenje po jedinici površine), njezin luminozitet dijelimo s površinom sfere u čijem se središtu nalazi zvijezda i polumjerom jednakim udaljenosti zvijezde od Zemlje, D . Vidi Sliku 5.

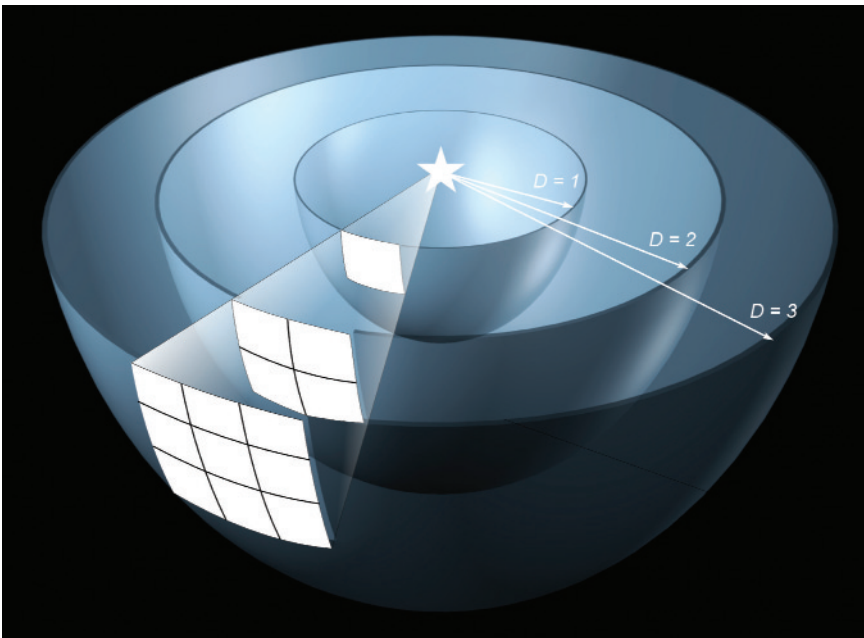
$$I = L / (4\pi D^2)$$

Luminozitet zvijezde može se također mjeriti višekratnicima Sunčeva luminoziteta, $L_{\text{Sunce}} = 3,85 \times 10^{26} \text{ W}$. Kako je Sunce "naša" zvijezda i ujedno najbolje poznata, gotovo se uvijek rabi kao referentna zvijezda.

Uz uporabu malo algebre dolazimo do jednadžbe za izračunavanje luminoziteta, L , zvijezde relativno prema luminozitetu Sunca:

$$L/L_{\text{Sunce}} = (D/D_{\text{Sunce}})^2 \cdot I/I_{\text{Sunce}}$$

Omjer se može odrediti jednadžbom napisanom u odjeljku o Prividnim magnitudama Astronomskog pribora ($m_{\text{Sunce}} = -26,5$).



Slika 5: Intenzitet svjetlosti

Ovaj crtež prikazuje kako ista količina zračenja svjetlosnog izvora mora povećavanjem udaljenosti od izvora osvjetljavati sve veću površinu. Površina se povećava s kvadratom udaljenosti od izvora pa se intenzitet smanjuje s povećanjem kvadrata udaljenosti.

Matematički pribor

Mali kutovi i velike udaljenosti

Pogledajte Sliku 6:

Ako je udaljenost b malena u usporedbi s c , možemo pretpostaviti da su dvije dulje stranice trokuta jednake njegovoj visini.

Uporabom uobičajenih jednadžbi za pravokutni trokut, pronalazimo:

$$\sin(\beta/2) = (b/2)/c$$

Radimo li s vrlo malim kutovima (mjenim u radijanima), možemo uporabiti aproksimaciju za male kutove $\sin x = x$ (rad). Ta se aproksimacija može činiti neopravdanom, ali se matematički dokazuje kako je vrlo dobra za malene kutove.

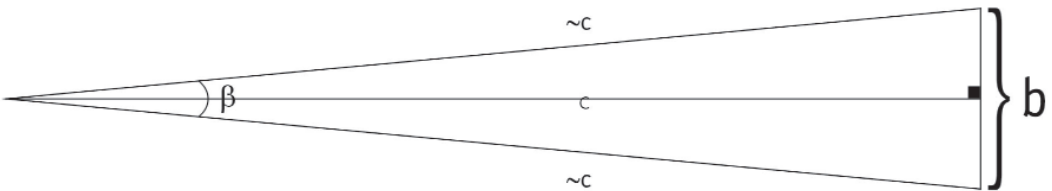
Zadaća MP1

? Sami isprobajte aproksimaciju izračunavajući $\sin(1^\circ)$, $\sin(1')$ i $\sin(1'')$. Kutove valja najprije iz stupnjeva pretvoriti u radijane.

Dobili smo jednostavnu relaciju između b , c i β bez trigonometrijskih funkcija:

$$\beta/2 = (b/2)/c$$

$$c = b/\beta$$



Slika 6: Rad s malim kutovima

Ako je b malo u usporedbi s c , to znači da je β mali kut. Zbog toga relaciju između b , c i β možemo načiniti bez trigonometrijskih funkcija.

Jedinice i drugi temeljni podaci

1 lučna sekunda = $1/3600$ stupnja = $4,848 \times 10^{-6}$ radijana

1 lučna milisekunda = $1/1000$ lučne sekunde

Brzina svjetlosti (c) = $2,997 \times 10^8$ m/s

1 parsek (pc) = $3,086 \times 10^{13}$ km = 3,26 svjetlosne godine

1 kiloparsek (kpc) = 1000 parseka

1 megaparsek (Mpc) = 10^6 parseka

1 nanometar (nm) = 10^{-9} m

Upute za nastavnike

U ovim uputama su rješenja kratkih zadataka.

Zadaća AP1: D = 131 parseka

Zadaća AP2: m = 0,03

Zadaća AP3: M = -8,73

Riječ je o iznimno sjajnoj zvijezdi.

Zadaća AP4: M = 1,45

U usporedbi s Denebom ($M = -8,73$), Betelgez ($M = -5,14$) i Vegom ($M = 0,58$) Sirius je zapravo zvijezda vrlo slaba sjaja. To dokazuje da naša osjetila nisu uvijek najpogodnija za utvrđivanje fizikalne stvarnosti svijeta.

Zadaća AP5:

Postavljeni na udaljenost od 10 pc Vega i Sirius bili bi nešto slabijeg sjaja, ali još uvijek bismo ih ubrajali među najsjajnije na nebu. Međutim, zvijezde Deneb i Betelgez bile bi mnogo sjajnije od zvijezda koje vidimo na zemaljskom noćnom nebu.

Zadaća AP6:

Nema razloga za razlikovanje mjerenja udaljenosti od Zemlje i od Sunca jer je udaljenost Zemlje od Sunca vrlo malena u usporedbi s 10 parseka.

Izračunavajući razliku prividnih magnituda koristeći udaljenosti od Zemlje i Sunca vidimo da ona ne može biti veća od 10^{-6} magnitude.

Zadaća MP1:

$$\sin(1^\circ) = \sin(0,017453293 \text{ rad}) = \mathbf{0,017452406}$$

$$\sin(1') = \sin(0,000290888 \text{ rad}) = \mathbf{0,000290888}$$

$$\sin(1'') = \sin(4,84814 \times 10^{-6} \text{ rad}) = \mathbf{4,84814 \times 10^{-6}}$$